

Cel ćwiczenia:

1. Wyznaczenie przyspieszenia ziemskiego
2. Porównanie otrzymanego wyniku z wartością tablicową

Zagadnienia do przygotowania:

- ruch harmoniczny prosty, równanie ruchu, okres drgań
- moment bezwładności, twierdzenie Steinera
- moment siły, iloczyn wektorowy
- wahadło fizyczne, równanie ruchu, okres drgań

Przebieg ćwiczenia:

1. Wypoziomować zestaw pomiarowy.
2. Wybrać z zestawu 4 próbki do przeprowadzenia pomiarów.
3. Zawiesić próbkę, wychylić z położenia równowagi o ok. 15°-20°.
4. Zmierzyć czas trwania kilku okresów (np. 10) powtarzając pomiar 5-krotnie.
5. Zmierzyć, trzykrotnie, wymiary próbki: długość l , odległość osi obrotu od najbliższego końca próbki s , średnicę próbki (dla walca) lub odległość między równoległymi ścianami (dla graniastopuła o podstawie sześciokątnej) $2r = d$.

Opracowanie wyników:

1. Wyprowadzić wzór na przyspieszenie ziemskie ze znajomości okresu drgań wahadła fizycznego.

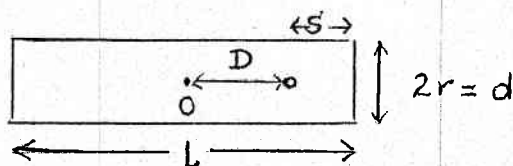
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgD}}$$

2. Obliczyć przyspieszenie ziemskie g oraz błąd Δg metodą różniczeki zupełnej.
3. Porównać otrzymany wynik (wartość średnia) z wartością tablicową.

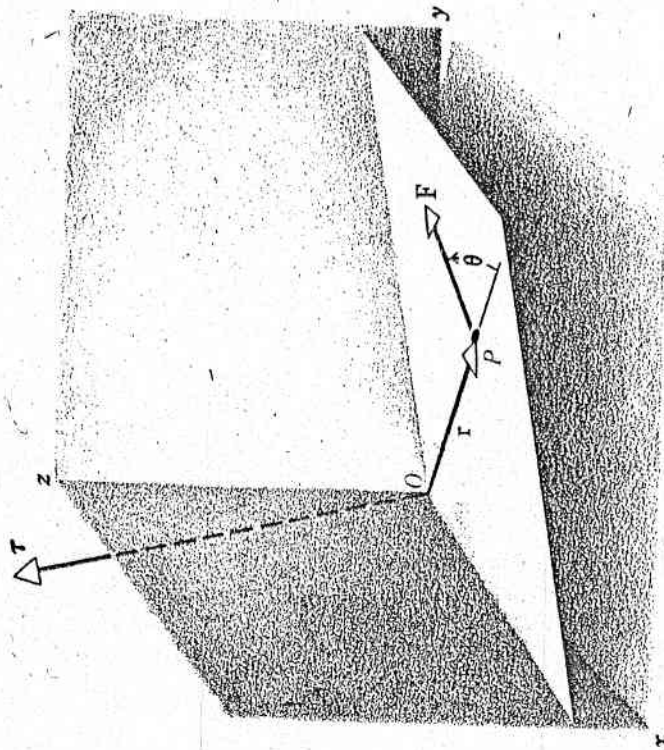
Moment bezwładności próbek względem osi przechodzącej przez środek masy, punkt O:

$$I_0 (\text{walca}) = \frac{1}{4} m r^2 + \frac{1}{12} m l^2 = \frac{1}{16} m d^2 + \frac{1}{12} m l^2$$

$$I_0 (\text{gran}) = \frac{5}{18} m r^2 + \frac{1}{12} m l^2 = \frac{5}{72} m d^2 + \frac{1}{12} m l^2$$



towym? Nie może to być po prostu siła. Jak naś bowiem uczy doświadczenie z ciężkimi drzwiami obrotowymi, dana siła (wektor) może powodować różne katowe przyspieszenia drzwi, zależnie od tego, gdzie siła ta jest przyłożona i w jakim kierunku. Siła przyłożona wzdłuż zawiasy nie może wytworzyć żadnego przyspieszenia katowego, podczas gdy siła o tej samej wartości liczbowej, przyłożona pod kątem prostym do drzwi na jej zewnętrznej krawędzi, nadaje im maksymalne przyspieszenie.



Rys. 12-1. Siła F przyłożona jest w punkcie P , którego położenie względem początku układu określa wektor r . Siła ta tworzy kąt θ z wektorem r . τ jest momentem siły względem punktu O , jego kierunek jest prostopadły do płaszczyzny utworzonej przez r i F , zgodnie z regułą prawej ręki

Dla ruchu obrotowego wielkość, która jest odpowiednikiem siły w ruchu postępowym, będziemy nazywali momentem siły lub momentem obrotowym. Zdefiniujemy teraz moment siły dla szczególnego przypadku pojedynczego punktu materialnego, obserwowanego w inercjalnym układzie odniesienia. Później rozszerzymy pojęcie momentu siły dla układów punktów materialnych (włączając w to ciała sztywne) i pokażemy, że moment siły jest istotnie związany z przyspieszeniem katowym.

Jeżeli siła F działa na pojedynczy punkt materialny znajdujący się w punkcie P , którego położenie względem początku O inercjalnego układu odniesienia reprezentuje wektor r (rys. 12-1), to moment siły τ względem początku układu O definiujemy następująco:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (12-1)$$

Moment siły jest wielkością wektorową. Jego wartość bezwzględna wynosi

$$\tau = rF \sin \theta \quad (12-2a)$$

gdzie θ jest kątem pomiędzy r i F ; kierunek wektora momentu siły jest prostopadły do płaszczyzny wyznaczonej przez r i F , a zwrot związany z regułą prawej ręki dla iloczynu wektorowego dwóch wektorów. Jeżeli zagięte palce prawej ręki przesuwają wektor r w kierunku wektora F poprzez mniejszy kąt, to duży palec wskazuje zwrot wektora τ .

Wymiarem momentu siły jest iloczyn siły przez długość. Używając podstawowych wymiarów M, L, T (masa, długość, czas), wymiar momentu siły wyrażamy jako ML^2T^{-2} . Jest to taki sam wymiar jak wymiar pracy, jednakże moment siły i praca są całkowicie różnymi wielkościami fizycznymi, np. moment siły jest wektorem, a praca skalarem. Jednostką momentu siły jest $N \cdot m$ oraz pochodne tej jednostki.

Zwracamy uwagę [równanie (12-1)], że moment siły zależy nie tylko od wartości siły i jej kierunku, lecz także od punktu przyłożenia tej siły względem początku układu, to jest od wektora r . W szczególności, kiedy punkt materialny P znajduje się w początku układu, tak że linia działania siły F przechodzi przez początek układu, r jest równe zeru i moment siły τ jest również równy zeru.

Wartość bezwzględną momentu siły τ [równanie (12-2a)] możemy napisać albo jako

$$\tau = (r \sin \theta) F = Fr_{\perp} \quad (12-2b)$$

albo jako

$$\tau = r(F \sin \theta) = rF_{\perp} \quad (12-2c)$$

w wyrażeniach tych, jak widać na rys. 12-2a, $r_{\perp} (= r \sin \theta)$ jest składową r prostopadłą do linii działania siły F , a $F_{\perp} (= F \sin \theta)$ jest składową F prostopadłą do wektora r . Wielkość $r_{\perp}$ w równaniu (12-2b) nazywana jest ramieniem siły. Z równania (12-2c) wynika, że tylko składowa F prostopadła do r wpływa na wartość momentu siły. W szczególności kiedy $\theta = 0$ albo 180° , składowa prostopadła siły ($F_{\perp} = F \sin \theta = 0$) znika, linia działania siły przechodzi przez początek układu i ramię siły $r_{\perp}$ jest również równe zeru. W tym przypadku

Cavendisha (rozdział 16). Innym przykładem kątownego ruchu harmonicznego jest ruch balansu w zegarkach; przywracający równowagę moment siły pochodzi tam od spiralnego włosa-sprężyny.

Przykład 2. Cienki pręt o masie 0,1 kg i długości 0,1 m zawieszony jest na drucie, który przechodzi przez jego środek ciężkości i jest prostopadły do pręta. Po skróceniu drutu pręt zaczyna drgać. Okres wahań wynosi 2,0 s. Kiedy w podobny sposób zawieszono ciało płaskie w postaci równobocznego trójkąta, wtedy okazało się, że okres wahań wyniósł 6,0 s. Znaleźć moment bezwładności tego trójkąta względem osi obrotu.

Moment bezwładności pręta wynosi $\frac{1}{12} Ml^2$ (patrz tablica 12-1). Zatem

$$I_{\text{pręta}} = \frac{0,1 \text{ kg} \cdot (0,1 \text{ m})^2}{12} = 8,3 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Z równania (15-24) mamy

$$\frac{T_{\text{pręta}}}{T_{\text{trójkąta}}} = \left(\frac{I_{\text{pręta}}}{I_{\text{trójkąta}}} \right)^{1/2} \quad \text{lub} \quad I_{\text{trójkąta}} = I_{\text{pręta}} \left(\frac{T_{\text{trójkąta}}}{T_{\text{pręta}}} \right)^2,$$

tak że

$$I_{\text{trójkąta}} = 8,3 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \left(\frac{6,0 \text{ s}}{2,0 \text{ s}} \right)^2 = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Czy w tym przypadku amplituda wpływa na okres?

Wahadło fizyczne. Dowolne ciało sztywne zawieszone tak, że może się wahać dookoła pewnej osi przechodzącej przez to ciało, nazywamy wahadłem fizycznym. Wahadło proste, gdzie na nieważkiej nici zawieszony jest pojedynczy punkt materialny, jest szczególnym przypadkiem wahadła fizycznego. W rzeczywistości wszystkie realne wahadła są wahadłami fizycznymi.

Na rysunku 15-12 przedstawione jest ciało o nieregularnym kształcie, które może się obracać dookoła poziomej osi przechodzącej przez punkt P , bez tarcia. Zostało ono odcylone od położenia równowagi o kąt θ . Położeniem równowagi jest takie położenie, w którym środek masy ciała C leży na linii pionowej przechodzącej przez P . Odległość między osią obrotu przechodzącą przez punkt P a środkiem masy C oznaczamy przez d , a moment bezwładności względem osi obrotu przez I . Masa ciała wynosi M . Przywracający równowagę moment siły przy kątowym przemieszczeniu θ równa się

$$\tau = -Mgd \sin \theta;$$

jest on wywołany składową styczną siły ciężkości. Ponieważ τ jest proporcjonalne do $\sin \theta$, a nie do θ , więc ruch harmoniczny na ogół tu nie zachodzi.

Jednakże dla małych wychyleń zależność $\sin \theta \cong \theta$, jak poprzednio, jest dobrym przybliżeniem. Zatem dla małych amplitud

$$\tau = -Mgd\theta \quad \text{albo} \quad \tau = -\kappa\theta,$$

gdzie

$$\kappa = Mgd.$$

Lecz

$$\tau = I \frac{d^2\theta}{dt^2} = I\alpha,$$

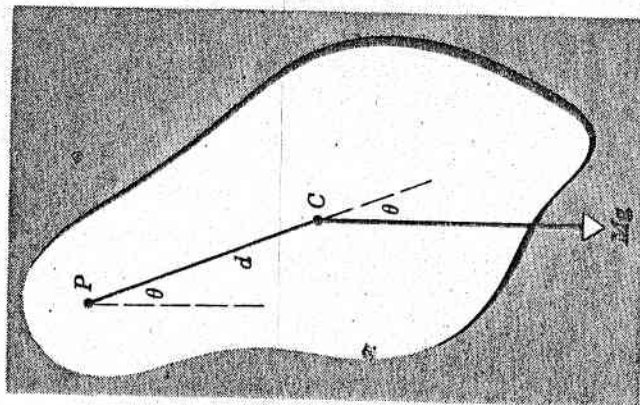
tak że

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{\tau}{I} = -\frac{\kappa}{I} \theta.$$

Stąd okres wahadła fizycznego przy małych amplitudach wychyleń wynosi

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\kappa}} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgd}} \quad (15-25)$$

Przy wyższych amplitudach wahadło fizyczne zachowuje ruch okresowy, lecz nie jest to już prosty ruch harmoniczny. Podkreślamy, że rozważanie nasze



Rys. 15-12. Wahadło fizyczne o środku masy C zawieszone w punkcie P . Wychylenie określone kątem θ zawartym między pionem a odcinkiem d (kiedy C leży dokładnie pod P , wahadło jest w stanie równowagi). Ciężar wahadła Mg dostarcza momentu siły przywracającego równowagę

dotyczy obiektu o dowolnym kształcie, zawieszonego na dowolnej osi. Jako przykład szczególnie rozważmy punktową masę m zawieszoną na nieważkiej nici o długości l . Czyli

$$I = ml^2; \quad M = m, \quad d = l,$$