

ANALIZA NIEPEWNOŚCI POMIAROWYCH

(dawniej zwana: Rachunkiem Błędów Pomiaru)

Pomiary wykonywane w laboratoriach fizycznych (i wszędzie indziej) mogą być wykonywane tylko z pewnym stopniem dokładności.

Błędem pomiaru jest różnica między **wartością wyznaczoną** wielkości mierzonej, a **wartością rzeczywistą**.

W niektórych przypadkach znamy bardzo dokładnie wartość rzeczywistą z teorii, albo innych bardzo dokładnych pomiarów i wtedy określenie dokładności (błędu) naszego pomiaru jest banalne.

Na ogół nie znamy dokładnej wartości wielkości mierzonej, a tym samym błędu pomiaru i wtedy musimy oszacować **niepewność pomiarową**, z jaką dana wielkość została zmierzona i **najbardziej prawdopodobną wartość** wielkości mierzonej, ponieważ jedynym sensownym sposobem zapisu wyniku pomiaru jest:

$(x_{np} \pm \delta_x)$ jednostka
(najbardziej prawdopodobna wartość zmierzona $\pm$ niepewność pomiarowa) jednostka

W jaki sposób określić, obliczyć czy też przyjąć:

- najbardziej prawdopodobną wartość zmierzoną x_{np} ,
- niepewność pomiarową δ_x ?

W pierwszej kolejności musimy sobie odpowiedzieć na pytania:

1. Czy nieznaną wartość wyznaczmy bezpośrednio, czy pośrednio?
2. Jaka jest liczebność pomiarów? Czy wykonujemy tylko jeden pomiar, czy może serię pomiarową (wielokrotnie mierzymy **tę samą** wielkość)? Jeśli wykonujemy serię pomiarową, to czy jest to seria długa czy krótka?
3. Jeśli wykonujemy pomiary pośrednio, to czy szukana wielkość jest funkcją jednej czy może kilku mierzonych wielkości?

Odpowiedzi na powyższe pytania warunkują wybór najwłaściwszej metody oszacowania wielkości x_{np} i δ_x .

I. Jeden pomiar, wielkość mierzona bezpośrednio.

Za wartość x_{np} przyjmujemy wynik odczytany z przyrządu pomiarowego.

Za δ_x **błąd systematyczny**.

Czyli: $x = x_{np} \pm \delta_x$

Błąd systematyczny – występuje zawsze, niezależnie od tego czy wykonaliśmy jeden pomiar, czy serię pomiarową. Błędem systematycznym obarczony jest każdy pomiar. Źródłem błędów systematycznych jest niedokładność przyrządów pomiarowych (związana z **klasą przyrządu**) oraz sam obserwator. W większości przypadków oblicza się go na podstawie klasy przyrządu.

Klasa przyrządu – W przypadku urządzeń mechanicznych (linijki, śruby mikrometryczne, suwmiarki) klasą przyrządu można nazwać dokładność urządzenia – często przyjmuje się, że jest to najmniejsza działka. W przypadku mierników elektrycznych klasa przyrządu jest podawana w procentach zakresu pomiarowego: $\delta_x = \text{zakres} \times \text{klasa} / 100$.

II. Pomiary pojedyncze, wielkość mierzona pośrednio $z = f(x, y)$

W tym przypadku $z = z_{np} \pm \Delta z$

gdzie z_{np} oznacza wartość funkcji f obliczoną dla wartości zmierzonych x i y ,

natomiast $\Delta z = \left| \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right| \delta_x + \left| \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right| \delta_y$ (**metoda różniczeki zupełnej**), δ_x i δ_y oznaczają

błędy systematyczne pomiaru zmiennych x i y .

III. Seria pomiarowa długa, wielkość mierzona bezpośrednio

W takim przypadku, w pierwszej kolejności należy określić wielkość **błędu przypadkowego**, (czyli obliczyć **średni błąd przypadkowy pojedynczego pomiaru s_x**) i porównać ją z błędem systematycznym δ_x .

Błędy przypadkowe – Występują one tylko w przypadku serii pomiarowej, to znaczy przy wykonaniu wielokrotnego pomiaru tej samej wielkości. Źródłem błędów przypadkowych jest natura mierzonego obiektu (niedokładność wykonania, zmieniające się warunki pomiarowe) oraz niedoskonałość naszych zmysłów.

Średni błąd przypadkowy pojedynczego pomiaru s_x – obliczamy wg wzoru:

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \text{ gdzie } n \text{ jest długością serii, a } \bar{x} \text{ średnią wartością } x: \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Możliwe są trzy odpowiedzi, którym odpowiadają trzy metody określania wartości błędu:

a. $s_x > \delta_x$; wówczas $x = \bar{x} \pm s_x$

b. $s_x < \delta_x$; wówczas $x = \bar{x} \pm \delta_x$

c. $s_x \approx \delta_x$; wówczas $x = \bar{x} \pm \Delta x$, gdzie $\Delta x = \sqrt{s_x^2 + \frac{\delta_x^2}{3}}$.

IV. Seria pomiarowa długa, wielkość mierzona pośrednio

W takim przypadku, w pierwszej kolejności należy określić wielkość błędów przypadkowych s_x oraz s_y i porównać je z błędami systematycznymi δ_x oraz δ_y .

a. Jeśli **OBA** błędy systematyczne są większe od błędów przypadkowych, to błąd wielkości mierzonej pośrednio wyznaczamy metodą różniczeki zupełnej:

$$\Delta z = \left| \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right| \delta_x + \left| \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right| \delta_y.$$

b. **W KAŻDYM INNYM PRZYPADKU** błąd wielkości mierzonej wyznaczamy ze

wzoru:
$$\Delta z = \sqrt{\left| \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right|^2 (\Delta x)^2 + \left| \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right|^2 (\Delta y)^2}$$
 gdzie Δx i Δy oznaczają, albo

błędy tylko przypadkowe s_x i s_y albo błędy przypadkowe i systematyczne obliczone z

prawa przenoszenia błędów
$$\Delta x = \sqrt{s_x^2 + \frac{\delta_x^2}{3}}$$
 (analogiczny wzór dla zmiennej y).